

4-й семестр, БМТ (2019 г.)
Операционное исчисление и уравнения матем. физики
модуль 1
Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Запишите уравнение теплопроводности, укажите его тип. (3 балла)
2. Запишите уравнение колебаний, укажите его тип. (3 балла)
3. Опишите типовые виды краевых условий. (3 балла)
4. Опишите типы задач математической физики (задача Коши, краевая, смешанная). (3 балла)
5. Запишите линейное относительно старших производных дифференциальное уравнение 2-го порядка. Опишите типы таких уравнений. (3 балла)
6. Запишите уравнение характеристик (характеристическое уравнение) в дифференциалах для линейного относительно старших производных дифференциального уравнения от 2-х переменных. (3 балла)
7. Что такое характеристика линейного дифференциального уравнения 2-го порядка? Запишите уравнение характеристик. (3 балла)
8. Дайте понятия корректной и некорректной задач математической физики. (3 балла)
9. Дайте определение поверхностного интеграла 1-го рода. Сформулируйте его свойства. (3 балла)
10. Дайте определение поверхностного интеграла 2-го рода. Его механический смысл. (3 балла)
11. Сформулируйте теорему Стокса. (3 балла)
12. Сформулируйте теорему Остроградского — Гаусса. (3 балла)
13. Что такое векторное поле? Опишите дифференциальные операции первого порядка над векторными полями. (3 балла)
14. Дайте определение циркуляции и потока векторного поля. (3 балла)
15. Опишите виды векторных полей. (3 балла)
16. Дайте определение потенциала векторного поля. (3 балла)
17. Сформулируйте теоремы Стокса и Остроградского — Гаусса в векторной форме. (3 балла)
18. Дайте определение преобразования Фурье и обратного преобразования Фурье. (3 балла)
19. Дайте определение свертки функций, сформулируйте ее свойства. (3 балла)
20. Сформулируйте теорему подобия для преобразования Фурье. (3 балла)
21. Сформулируйте достаточные условия существования обратного преобразования Фурье. (3 балла)
22. Сформулируйте теоремы смещения и запаздывания для преобразования Фурье. (3 балла)
23. Сформулируйте свойства преобразования Фурье, связанные с дифференцированием. (3 балла)
24. Сформулируйте свойство преобразования Фурье, связанное со сверткой. (3 балла)
25. Сформулируйте свойство преобразования Фурье о связи гладкости и скорости убывания на бесконечности. (3 балла)
26. Найдите общее решение одномерного волнового уравнения. Дать геометрическую интерпретацию общего решения. (2 балла)
27. Докажите формулу Даламбера для решения одномерного волнового уравнения. (2 балла)
28. Выведите формулу преобразования квадратичной формы линейного относительно старших производных дифференциального уравнения. (2 балла)

29. Выведите уравнение характеристик в дифференциалах для уравнения от двух переменных. (2 балла)

30. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема подобия). (2 балла)

31. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема смещения). (2 балла)

32. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема запаздывания). (2 балла)

33. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема о дифференцировании оригинала). (2 балла)

34. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема о дифференцировании изображения). (2 балла)

Типовой вариант билета (практика), min-7 баллов, max-14 баллов

1. Определите тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 3u_x - 5u_y + 4u = 0,$$

приведите его к каноническому виду. (4 балла)

2. Для векторного поля $\mathbf{F}(x, y, z) = \{y; -x; yz\}$ найти: б) поток векторного поля через часть поверхности $S: x^2 + y^2 + z^2 = 2$, ограниченную заданными поверхностями: $z = 0, z = y (y \geq 0)$. (3 балла)

3. Найти преобразование Фурье функции $f(x)$, которая вне отрезка $[0, 6]$ равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки $A(0, 1), B(1, 2), C(2, 1), D(4, -1), E(6, 1)$. (3 балла)

4. Найти собственные числа и собственные функции задачи Штурма — Лиувилля для оператора $L = -\frac{d^2}{dx^2} + 2I$ на отрезке $[0, \pi/2]$ с краевыми условиями $u(0) = u'(\pi/2) = 0$. Разложить функцию $f(x) = x(\pi - x)$ в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма — Лиувилля. (4 балла)

Типовой вариант билета (теория), min-6 баллов, max-10 баллов

1. Запишите линейное относительно старших производных дифференциальное уравнение 2-го порядка. Опишите типы таких уравнений. (3 балла)

2. Докажите свойства преобразования Фурье (теорема о дифференцировании оригинала). (2 балла)

3. Дайте определение циркуляции и потока векторного поля. (3 балла)

4. Найдите общее решение одномерного волнового уравнения. Дать геометрическую интерпретацию общего решения. (2 балла)